MATEMATICA (LB04)

(Lecce - Università degli Studi)

Insegnamento ANALISI MATEMATICA IV

GenCod A002750

Docente titolare Angela Anna ALBANESE

Insegnamento ANALISI MATEMATICA IV

Anno di corso 2

Insegnamento in inglese MATHEMATICAL ANALYSIS IV

Lingua ITALIANO

Settore disciplinare MAT/05

Percorso PERCORSO COMUNE

Corso di studi di riferimento MATEMATICA

Tipo corso di studi Laurea

Sede Lecce

Crediti 9.0

Periodo Secondo Semestre

Ripartizione oraria Ore Attività frontale: 63.0

Tipo esame Orale

Per immatricolati nel 2022/2023

Valutazione Voto Finale

Erogato nel 2023/2024

Orario dell'insegnamento https://easyroom.unisalento.it/Orario

BREVE DESCRIZIONE DEL CORSO

Invertibilità locale e funzioni implicite. Superfici ed integrali di superficie. Massimi e minimi vincolati. Analisi vettoriale. Nozioni fondamentali di Analisi Complessa. Trasformata di Laplace.

Local invertibility and implicit functions. Manifolds and integration on manifolds. Maxima and minimum subject to constraints. Vectorial analysis. Fundamentals of Complex Analysis. Laplace Transform.

PREREQUISITI

Tutti gli argomenti dei corsi di Analisi Matematica I, II e III.

OBIETTIVI FORMATIVI

Conoscenze e comprensione. Possedere una solida preparazione con conoscenze di analisi complessa e di analisi vettoriale.

Capacità di applicare conoscenze e comprensione. Essere in grado di utilizzare i numeri complessi e le funzioni di variabile complessa, la trasformata di Laplace, essere in grado di calcolare integrali mediante il teorema dei residui, essere in grado di determinare gli estremi vincolati di funzioni, essere consapevoli delle possibili applicazioni delle nozioni apprese per materie diverse dalla matematica.

Autonomia di giudizio. L'esposizione dei contenuti e delle argomentazioni sarà svolta in modo da migliorare la capacità dello studente di riconoscere dimostrazioni rigorose e individuare ragionamenti fallaci.

Abilità comunicative. La presentazione degli argomenti sarà svolta in modo da consentire l'acquisizione di una buona capacità di comunicare problemi, idee e soluzioni riguardanti l'Analisi reale e complessa.

Capacità di apprendimento. Saranno proposti argomenti da approfondire, strettamente correlati con l'insegnamento, al fine di stimolare la capacità di apprendimento autonomo dello studente.

METODI DIDATTICI

Lezioni frontali ed esercitazioni in aula.

MODALITA' D'ESAME	Una prova scritta con 2 esercizi (8+8 punti) e 2 domande di teoria (7+7 punti). La prova è superata riportando un punteggio maggiore o uguale a 18.

PROGRAMMA ESTESO

Invertibilità locale e funzioni implicite. Teorema del Dini in dimensione 2. Teorema del Dini per sistemi. Teorema di invertibilità locale.

Superfici ed integrali di superficie.

Massimi e minimi vincolati.

Analisi vettoriale:Teorema della divergenza, Stokes, formule di Gauss-Green.

Analisi Complessa. Richiami sui numeri complessi. Il campo dei numeri complessi. Forma algebrica, trigonometrica, esponenziale dei numeri complessi. Formula di de Moivre. Esponenziale nel campo complesso. Formula di Eulero. Seno e coseno. Altre funzioni trascendenti elementari (seno e coseno iperbolici). Polidromia e superficie di Riemann; radici n-esime, logaritmi, potenza con esponente complesso. Topologia di C. Il punto all'infinito. Successioni di numeri complessi. Limiti e continuità di funzioni complesse.

Derivabilità in senso complesso. Teorema di Cauchy-Riemann. Teorema di Goursat (senza dim.). Conseguenze del teorema di Cauchy-Riemann. Funzioni armoniche. Serie di potenze in C. Funzioni analitiche. Sviluppi in serie delle funzioni elementari.

Integrale di una funzione complessa lungo una curva. Teorema di Cauchy sui domini semplicemente connessi. Corollari del teorema di Cauchy sui domini semplicemente connessi. Indice di avvolgimento. Teorema di Morera. Formula integrale di Cauchy. Teorema di analiticità delle funzioni olomorfe. Disuguaglianze di Cauchy. Teorema di Liouville. Teorema fondamentale dell'algebra. Teorema della media integrale di Gauss. Teorema di unicità del prolungamento analitico. Prolungamento olomorfo attraverso una curva regolare. Teorema di riflessione di Schwarz. Lemma di Schwarz. Teorema di Riemann (senza dim.). Teorema di convergenza di Weierstrass.

Serie di Laurent. Teorema di Laurent nelle corone circolari. Punti di singolarità isolata. Sviluppo di Laurent in un punto di singolarità isolata. Residuo di una funzione in un punto di singolarità isolata. Classificazione dei punti di singolarità isolata. Caratterizzazioni delle singolarità isolate. Teorema di Picard (senza dim.). Metodi per il calcolo dei residui. Singolarità nel punto all'infinito. Residuo di una funzione nel punto all'infinito. Teorema dei residui. Teorema dei residui II. Teorema del grande cerchio. Teorema del piccolo cerchio. Lemma di Jordan. Calcolo di integrali con l'uso del teorema dei residui. Integrale nel senso del valor principale. Calcolo di integrali con l'uso del teorema dei residui e di funzioni polidrome. Calcolo di integrali definiti tra 0 e 2\pi di funzioni razionali di \cos\theta e \sin \theta. Formula di Heaviside (senza dim.). Indicatore logaritmico. Teorema dell'indicatore logaritmico. Teorema di Rouché.

Trasformata di Laplace. Funzioni L-trasformabili. Ascissa di assoluta convergenza e trasformata di Laplace. Prime proprietà della trasformata di Laplace. Trasformata delle potenze, dell'esponenziale e delle funzioni trigonometriche. Regole algebriche di trasformazione: cambiamento di scala, traslazione, modulazione. Funzioni assolutamente continue secondo Vitali. Caratterizzazione delle funzioni AC. Funzioni localmente AC. Proprietà analitiche della trasformata di Laplace: trasformata delle derivate. Trasformata della primitiva (senza dim.). Prodotto di convoluzione di due funzioni L-trasformabili. Trasformata della convoluzione (senza dim.). Soluzione di equazioni differenziali lineari mediante la trasformata di Laplace.

Course program:

Local invertibility and implicit functions. Dini's theorem in dimension 2. Dini's theorem for systems. Theorem of the local invertibility.

Manifolds and integration on manifolds.

Maxima and minimum subject to constraints.

Vectorial analysis. Theorem of divergence. Stoke's theorem. Formulas of Gauss-Green.

Complex Analysis. Recalls on complex numbers. The field of complex numbers. Algebraic, trigonometric, exponential form of complex numbers. De Moivre's formula. Exponential in the complex field. Euler's formula. Sine and cosine. Other elementary transcendent functions (hyperbolic sine and cosine). Polydromy and Riemann surface; n-th roots, logarithms, power with complex exponent. Topology of C. The point at infinity. Sequences of complex numbers. Limits and continuity of complex functions.

Derivability in a complex sense. Cauchy-Riemann theorem. Goursat theorem (without proof). Consequences of the Cauchy-Riemann theorem. Harmonic functions. Power series in C. Analytic functions. Series development of elementary functions.

Integral of a complex function along a curve. Cauchy's theorem about simply connected domains. Corollaries of the Cauchy theorem about simply connected domains. Winding index. Morera's theorem. Integral Formula of Cauchy. Analyticity theorem of holomorphic functions. Cauchy inequalities. Liouville's theorem. Fundamental theorem of algebra. The Gauss integral mean theorem. Theorem of uniqueness of the analytic extension. Holomorphic extension through a regular curve. Schwarz reflection theorem. Schwarz's Lemma. Riemann's theorem (without proof). Weierstrass convergence theorem.

Laurent series. Laurent theorem in circular crowns. Isolated singularity points. Development of Laurent in a point of isolated singularity. Residue of a function in an isolated singularity point. Classification of isolated singularity points. Characterization of isolated singularities. Picard's theorem (without proof). Methods for calculating residues. Singularity in the point at infinity. Remnant of a function at the point at infinity. Residue theorem. Residues theorem II. The large circle theorem. Small circle theorem. Lemma of Jordan. Calculation of integrals with the use of the residues theorem. Integral in the sense of the main value. Calculation of integrals with the use of the residual theorem and polydrome functions. Calculation of integrals defined between 0 and 2 \ pi of rational functions of \ cos\theta and \sin\theta. Heaviside formula (without proof). Logarithmic indicator. Theorem of the logarithmic indicator. Rouché's theorem.

Laplace transform. L-transformable functions. Abscissa of absolute convergence and transformation of Laplace. First properties of the Laplace transform. Transformation of powers, exponential and trigonometric functions. Algebraic rules of transformation: change of scale, translation, modulation. Absolutely continuous functions according to Vitali. Characterization of AC functions. Functions locally AC. Analytical properties of the Laplace transform: transformation of derivatives. Transformation of the primitive (without proof). Convolution product of two L-transformable functions. Transformation of convolution (without proof). Solution of linear differential equations by the Laplace transform.

TESTI DI RIFERIMENTO

M. Carriero, S. Cito: Introduzione alla Analisi Complessa, Quaderni di Matematica, 2/2015, ESE - Salento University Publishing. http://siba-ese.unile.it/index.php/quadmat/article/view/15664

F. Gazzola, F. Tomarelli, M. Zanotti: Analisi Complessa, Trasformate, Equazioni Differenziali, Società Editrice Esculapio, Bologna, III Ed., 2015.

E. Giusti: Analisi Matematica 2, Bollati Boringhieri, Torino, 2003.

W. Rudin: Analisi Reale e Complessa, Bollati Boringhieri, Torino, 1974.