MATEMATICA (LB04)

(Lecce - Università degli Studi)

Insegnamento ANALISI MATEMATICA II

GenCod A004579

Docente titolare CHIARA SPINA

Docenti responsabili dell'erogazione LUCIANA ANGIULI, CHIARA SPINA

Insegnamento ANALISI MATEMATICA II

Anno di corso 1

Insegnamento in inglese MATHEMATICAL ANALYSIS 2

Lingua ITALIANO

Settore disciplinare MAT/05

Percorso PERCORSO COMUNE

Corso di studi di riferimento MATEMATICA

Tipo corso di studi Laurea

Sede Lecce

Crediti 9.0

Periodo Secondo Semestre

Ripartizione oraria Ore Attività frontale: 63.0

Tipo esame Scritto e Orale Separati

Per immatricolati nel 2022/2023

Valutazione Voto Finale

Erogato nel 2022/2023

Orario dell'insegnamento https://easyroom.unisalento.it/Orario

BREVE DESCRIZIONE DEL CORSO

Il corso è il naturale prolungamento del corso di Analisi Matematica I ed ha come obiettivo principale l'acquisizione di competenze di base nell'ambito dell' analisi matematica.

PREREQUISITI

Contenuto dei corsi di Analisi 1 e Geometria 1

OBIETTIVI FORMATIVI

Conoscenze e comprensione. Acquisire una solida preparazione con un ampio spettro di conoscenze di base nell'ambito dell'Analisi Matematica.

Capacità di applicare conoscenze e comprensione:

- essere in grado di produrre semplici dimostrazioni rigorose di risultati di Analisi Matematica.
- essere in grado di leggere e comprendere, in modo autonomo, testi di base di Analisi Matematica.
- essere in grado di risolvere esercizi di base di Analisi Matematica (studi di funzione, calcolo di limiti, studi di serie numeriche, integrazione)

Autonomia di giudizio. L'esposizione dei contenuti e delle argomentazioni sarà svolta in modo da migliorare la capacità dello studente di riconoscere dimostrazioni rigorose e individuare ragionamenti fallaci.

Abilità comunicative. La presentazione degli argomenti sarà svolta in modo da consentire l'acquisizione di una buona capacità di comunicare problemi, idee e soluzioni riguardanti l'Analisi Matematica, sia in forma scritta che orale.

Capacità di apprendimento. La capacità di apprendimento dello studente sarà stimolata proponendo esercizi, anche teorici, da risolvere autonomamente.

METODI DIDATTICI

Lezioni frontali ed esercitazioni in aula

MODALITA' D'ESAME	Una prova scritta su esercizi ed una prova orale su argomenti di teoria. Alla prova di teoria lo studente accede se ha conseguito la votazione di almeno 18 nella prova di esercizi. La prova di teoria deve essere sostenuta nello stesso appello o in quello immediatamente successivo di quella scritta, comunque all'interno della stessa sessione. Se lo studente non supera la prova di teoria, dovrà ripetere anche la prova scritta sugli esercizi. Per poter partecipare all'esame è necessario prenotarsi usando la procedura online.

PROGRAMMA ESTESO

Calcolo integrale: Suddivisioni, somme integrali. Confronto tra somme integrali su partizioni in relazione d'ordine (*). Funzioni integrabili secondo Riemann. Esempi e controesempi. Proprietà di linearità, additività rispetto all'intervallo d'integrazione e confronto. Teorema di caratterizzazione delle funzioni integrabili (*). Teorema d'integrabilità delle funzioni continue (*). Funzioni continue a tratti. Integrabilità delle funzioni continue a tratti. Teorema d'integrabilità delle funzioni monotone (*). Integrabilità di composizioni di funzioni integrabili con funzioni Lipschitziane ed applicazioni (*). Area di figure piane. Media integrale. Teorema della media integrale (*). Funzione integrale. Lipschitzianità della funzione integrale (*) Teorema fondamentale del calcolo integrale (*). Secondo Teorema fondamentale del calcolo integrale (*). Integrali impropri di prima specie. Criterio di confronto per integrali impropri di prima specie. Criterio d'integrabilità per integrali impropri di prima specie. Integrali impropri di seconda specie. Criterio di confronto per integrali impropri di seconda specie. Criterio d'integrabilità per integrali impropri di seconda specie. Esempi e applicazioni.

Serie numeriche: Serie convergente, divergente e indeterminata. Carattere di una serie. Carattere di una serie geometrica(*). Condizione necessaria per la convergenza di una serie (*). Criterio di Cauchy per le serie(*) con applicazione alla serie armonica. Serie convergente assolutamente. Convergenza assoluta e convergenza semplice (*). Carattere di una serie a termini positivi (*). Confronto tra serie a termini positivi (*). Criterio del confronto asintotico (*). Criterio di condensazione di Cauchy (*) con applicazione alla serie armonica e armonica generalizzata. Confronto asintotico con la serie armonica generalizzata (*) Criterio della radice (*). Criterio del rapporto (*) Criterio di confronto tra serie e integrali impropri(*). Serie a termini di segno variabile. Teorema di Leibniz per le serie a segni alterni (*) Serie a termini complessi. Serie prodotto alla Cauchy. Convergenza della serie prodotto (*). Riordinamento di serie numeriche. Caratterizzazione della convergenza assoluta in termini dei riordinamenti. Teorema di Riemann.

Cenni di topologia di Rn: Prodotto scalare euclideo. Norma euclidea indotta e proprietà. Distanza e proprietà. Intorni sferici. Punti interni, esterni e di frontiera. Punti di accumulazione e punti isolati. Insiemi aperti e chiusi. Proprietà degli aperti e dei chiusi. Caratterizzazione dei chiusi. Chiusura, parte interna. Insiemi limitati. Segmenti e poligonali. Insiemi connessi per poligonali. Insiemi convessi. Insiemi stellati.

Successioni a valori vettoriali: Successioni convergenti. Caratterizzazione della convergenza di successioni vettoriali in termini di quella delle sue componenti reali (*) e unicità del limite. Successioni estratte e convergenza. Caratterizzazione della chiusura di un sottoinsieme di R^k. Insiemi compatti in R^k. Teorema di Heine-Borel (*)

Funzioni reali di più variabili reali: Definizione di limite. Proprietà dei limiti (unicità, permanenza del segno, caratterizzazione mediante successioni, operazioni). Funzioni continue. Continuità della funzione composta. Caratterizzazione topologica della continuità. Funzioni limitate superiormente, inferiormente. Maggioranti e minoranti per una funzione. Estremo superiore e inferiore di una funzione. Massimo e minimo di una funzione limitata. Teorema di Weierstrass. Teorema dei valori intermedi. Funzioni uniformemente continue e funzioni Lipschitziane. Teorema di Heine- Cantor. Funzioni vettoriali di una variabile. Domini e grafici di funzioni di due/tre variabili. Piani, paraboloide ellittico, cilindro parabolico, cilindro circolare/ellittico/iperbolico, sfera/ellissoide, paraboloide iperbolico (sella), cono circolare/ellittico, iperboloide ad una falda, a due falde.

Calcolo differenziale in più variabili: Derivate parziali e differenziabilità. Proprietà delle funzioni differenziabili (*). Significato geometrico. Teorema della media o di Lagrange in più variabili (*). Teorema del differenziale totale (*). Differenziale della funzione composta (*). Funzioni con gradiente nullo in aperti connessi sono costanti (*). Funzioni di classe Cn. Teorema di Schwarz (*). Formula di Taylor del secondo ordine (*). Polinomio di Taylor.

Forme quadratiche ed estremi relativi: Classificazione delle forme quadratiche con gli autovalori. Estremi relativi. Massimo e minimo autovalore di forme quadratiche definite positive (*). In un punto di estremo relativo il gradiente di funzioni differenziabili è nullo (*). Punti critici. Matrice Hessiana. Forma quadratica Hessiana. In un punto di estremo relativo la forma è Hessiana è semidefinita (*). Classificazione dei punti critici con la forma Hessiana (*). Classificazione dei punti critici in R2.
Funzioni convesse: Caratterizzazione di funzioni convesse regolari (*). Se f è convessa il grafico è al di sopra dell'iperpiano tangente (*). Punti critici di funzioni convesse regolari sono punti di minimo assoluto (*).
Funzioni vettoriali: Matrice Jacobiana e differenziale. Differenziale della funzione composta. Cambiamenti di coordinate: trasformazioni lineari, coordinate polari piane, coordinate cilindriche, coordinate sferiche in R3.
Curve in Rn: Curve, sostegno, estremi della curva, curve chiuse. Confronto tra sostegni di curve e grafici di funzioni. Curve semplici. Curve di classe Ck . Curve regolari e regolari a tratti. Esempi (segmenti, rette, poligonali, circonferenze, ellissi, elica cilindrica). Curve equivalenti. Versore tangente e retta tangente ad una curva. Lunghezza di una curva. Ascissa curvilinea. Lunghezza di curve regolari a tratti (*). Lunghezza di una curva cartesiana. Curve in coordinate polari. Integrali di linea di funzioni reali e vettoriali. Composizione di due curve. Esempio di curva non rettificabile.

Forme differenziali lineari : Forme differenziali lineari. (F.d.l.) F. d.l. di classe Ck. F.d.l. e lavoro di un campo vettoriale. Integrale di una f.d.l. lungo una curva e sue proprietà. Invarianza dell'integrale rispetto a curve equivalenti (*). Integrale curvilineo del differenziale di una funzione regolare(*). F.d.l. esatte. Primitive di una f.d.l. Condizione necessaria per ché una forma differenziale sia esatta in termini dell'integrale lungo una curva. Lemma di caratterizzazione degli aperti connessi (*) Caratterizzazione di una forma differenziale esatta definita in un aperto connesso. Campi conservativi e potenziali. F.d. l. chiuse. Condizione necessaria perché una f.d.l. regolare sia esatta. Condizioni sul dominio della forma perché una f.d.l. chiusa sia anche esatta (rettangoli di Rn (*), domini stellati (*), aperti semplicemente connessi). Campi conservativi e irrotazionali. Potenziale vettore di un campo vettoriale. Condizione necessaria e sufficienza di esistenza.

(*) denota "con dimostrazione"

TESTI DI RIFERIMENTO

A.Albanese, A.Leaci, D.Pallara: Appunti del corso di Analisi Matematica I e II
P.Marcellini, C.Sbordone: Analisi Matematica 1 e 2, Liguori Editore, Napoli.
P.Marcellini, C.Sbordone: Esercitazioni di Analisi Matematica 1 e 2, Liguori Editore, Napoli.